

ВОПРОСЫ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ЭНЕРГОСИСТЕМ

УДК 621.311

М. К. Алтухова, А. Г. Чилибьев

Методы расчета предельных установившихся режимов и выделения слабых звеньев электроэнергетических систем

При проектировании и эксплуатации электроэнергетических систем (ЭЭС) одной из основных задач является расчет предельных установившихся режимов.

Рассмотрены вопросы формирования и применения обобщенных уравнений предельных режимов (УПР) для решения задач статической устойчивости ЭЭС.

Представлены алгоритмы определения сенсорных узлов в ЭЭС, базирующиеся на спектральном анализе матрицы проводимостей и сингулярном разложении матрицы Якоби.

Разработана методика выделения слабых по статической апериодической устойчивости звеньев ЭЭС на основе расчетов элементов союзной матрицы Якоби уравнений установившегося режима с применением УПР.

Показано, что использование методики выделения слабых звеньев ЭЭС позволяет разрабатывать мероприятия по эффективному вводу режимов в допустимую область, а также принимать обоснованные решения по оптимизации ее структуры на этапе проектирования.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, предельный установившийся режим, матрица Якоби, сенсорный узел, слабые звенья.

При проектировании и эксплуатации электроэнергетических систем расчеты предельных по статической апериодической устойчивости (САУ) режимов весьма актуальны и имеют не только самостоятельное значение, но и являются составной частью других электротехнических задач, связанных с обеспечением надежности и экономичности функционирования ЭЭС [1].

В условиях эксплуатации современных электрических сетей с тенденцией к утяжелению рабочих режимов возникает необходимость создания адекватных моделей и методов расчета предельных по САУ режимов, от корректности результатов которых зависят надежность работы ЭЭС и полнота использования пропускной способности сетей.

Наиболее широкое применение в последние годы нашли методы расчета предельных режимов с использованием расширенной матрицы Якоби [2]. Данные методы разработаны достаточно давно, но их практическая реализация остается малоизученной.

Кроме того, задача поиска и обнаружения слабых с точки зрения устойчивости элементов ЭЭС также актуальна и ее решение позволит:

- определять оптимальные параметры и структуру электроэнергетической системы на этапе проектирования;
- осуществлять обоснованный выбор мест установки комплексов противоаварийного управления;
- выявлять наиболее опасные траектории утяжеления режима и др.

Однако, трудность решения данной задачи заключается в отсутствии ее математической формализации.

Наиболее строго подход к выделению слабых элементов ЭЭС сформулирован в работе [3], где представленная методика определения слабых звеньев сети основана на анализе собственных и сингулярных значений и соответствующих им векторов матриц проводимостей и Якоби уравнений установившихся режимов (УУР).

Основным недостатком данной методики является невозможность отслеживания влияния параметров схемы на устойчивость. А применение ее в предельных режимах сильно затруднено ввиду вырожденности матрицы Якоби УУР [4].

В работе предлагается методика поиска слабых по САУ звеньев ЭЭС на основе применения союзной матрицы Якоби УУР, элементы которой определяются по уравнениям предельных режимов.

1. Методы расчета предельных установившихся режимов

В настоящее время существует ряд методов расчета предельных установившихся режимов [5]. Наиболее простым в реализации является метод, основанный на дискретном (пошаговом) утяжелении. Однако, данный метод обладает рядом недостатков: необходимость выполнения большого числа расчетов промежуточных режимов, как правило, мало интересных расчетчику; возникающие вычислительные трудности в точке решения, где матрица Якоби УУР вырождена.

В свою очередь, методы непрерывного утяжеления лишены такого недостатка как наличие расчетов промежуточных режимов, однако, не решают проблему, связанную с вырожденностью систем нелинейных уравнений.

Как известно, предельные по САУ режимы описываются системой уравнений:

$$\begin{cases} F[X, Y(T)] = 0, \\ |J| = \det \frac{\partial F}{\partial X} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где F – n -мерная нелинейная вектор-функция отвечает уравнениям баланса мощностей или токов в узлах;

$X = [x_1, \dots, x_i, \dots, x_n]^T$ – вектор нерегулируемых параметров является заданной функцией скалярного параметра T ;

$Y(T)$ – вектор регулируемых параметров режима.

Функция $Y(T)$ определяет траекторию изменения (утяжеления) режима в пространстве Y , и обычно принимается линейной:

$$Y(T) = Y_0 + T\Delta Y,$$

здесь Y_0 соответствует исходному режиму, а ΔY определяет направление утяжеления в пространстве Y .

Как показано в [5], предел по статической устойчивости наиболее эффективно может быть определен на основе обобщенных уравнений предельных режимов, записанных в виде:

$$\begin{cases} F[X, Y(T)] = 0, \\ V[X, Y(T), S] = \frac{\partial F}{\partial X} S = 0, \\ U(S) = S^T S - 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} F[X, Y(T)] = 0, \\ V[X, Y(T), R] = \left(\frac{\partial F}{\partial X}\right)^T R = 0, \\ U(S) = R^T R - 1 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Собственный вектор $S = [s_1, \dots, s_i, \dots, s_n]^T$ матрицы Якоби $\partial F / \partial X$, отвечающий нулевому собственному значению, вычисляется при решении уравнений численными методами, а собственный вектор $R = [r_1, \dots, r_i, \dots, r_n]^T$ матрицы Якоби $(\partial F / \partial X)^T$ находится из выражения $(\partial F / \partial X)^T R = 0$ после итерационного процесса.

Отличительной особенностью уравнений (2) является невырожденность отвечающей им матрицы Якоби в точках решения, что позволяет избежать затруднений, связанных с решением плохо обусловленных систем линейных уравнений при определении предельных режимов. Исследования показали, что применение УПР позволяет существенно повысить эффективность расчетов предельных режимов по сравнению с методами дискретного и непрерывного утяжеления.

Далее представлены алгоритмы и методы определения сенсорных узлов и слабых по статической устойчивости звеньев ЭЭС на основе УПР.

1.1. Применение спектрального анализа матрицы проводимостей для выявления сенсорных узлов ЭЭС

Для определения сенсорных узлов сети [4] существуют алгоритмы, основанные на спектральном анализе матрицы проводимостей.

При этом для поиска узлов, в которых напряжения наиболее сильно реагируют на изменение узловых токов нагрузки используется анализ собственных чисел матрицы проводимостей.

Спектральное разложение матрицы узловых проводимостей Y_s и спектральное разложение обратной к ней матрицы узловых сопротивлений Z [6] можно записать как:

$$Y_s = \dot{V} \dot{\Lambda} \dot{V}^T = \sum_{i=1}^k \dot{v}_i \dot{\lambda}_i \dot{v}_i^T, \quad (3)$$

$$Z = (\dot{V} \dot{\Lambda} \dot{V}^T)^{-1} = \sum_{i=1}^k \dot{v}_i \dot{v}_i^T / \dot{\lambda}_i, \quad (4)$$

поскольку комплексная матрица Y_s симметричная.

Тогда:

$$\Delta U = \sum_{i=1}^k \dot{v}_i \dot{v}_i^T / \dot{\lambda}_i \Delta I. \quad (5)$$

В выражениях (3), (4) индексы собственных значений $\dot{\lambda}_i$ при $i = 1, \dots, k$ и связанных с ними собственных векторов $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ совпадают. В диагональной матрице $\dot{\Lambda} = (\dot{\lambda}_1, \dot{\lambda}_2, \dots, \dot{\lambda}_k)$ комплексные собственные значения матрицы Y_s порядка k занесены по возрастанию.

Расчет всех собственных значений и векторов комплексной матрицы Y_s производится с использованием QR -алгоритма со сдвигом после преобразования исходной матрицы к верхней форме Хессенберга. Найденные преобразования используются при расчете собственных векторов.

Собственные векторы матрицы узловых проводимостей и матрицы узловых сопротивлений совпадают, поэтому спектральное разложение можно выполнять для одной из матриц.

Поскольку отношение $\dot{v}_i^T / \dot{\lambda}_i$ – скалярная величина, то из анализа результатов расчета можно сделать вывод: если одно из собственных значений $\dot{\lambda}_i$, взятых по модулю, значительно отличается от всех других, то наибольший вклад в изменение узловых напряжений будет наблюдаться в узле, где компонента соответствующего ему i -го собственного вектора максимальная.

Подобный анализ можно проводить и для матрицы Якоби. В этом случае для характеристики степени зависимости фаз и модулей напряжений в узле от активных и реактивных мощностей нагрузок применяются элементы обратной матрицы Якоби.

1.2. Применение сингулярного разложения матрицы Якоби для определения сенсорных узлов ЭЭС

Матрица Якоби имеет вид:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial U} & \frac{\partial P}{\partial \delta} \\ \frac{\partial Q}{\partial U} & \frac{\partial Q}{\partial \delta} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Размерность матрицы J определяется из соотношения $k = 2x(n - l)$, где l – число узлов с заданным неизменным напряжением.

Взаимосвязь модулей ΔU и фаз $\Delta \delta$ узловых напряжений в узле i от активных и реактивных мощностей нагрузок в узле j можно выразить через обратную матрицу Якоби J^{-1} по выражению:

$$\begin{pmatrix} \Delta U \\ \Delta \delta \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Сингулярное разложение [7] матрицы J возможно представить подобно спектральному разложению матрицы сопротивлений Z .

Тогда для матрицы Якоби при проведении анализа результатов расчета также можно сделать вывод, что если минимальное сингулярное значение значительно отличается от всех других, то наибольший вклад в изменение модулей и фаз напряжений при варьировании активных и реактивных мощностей нагрузки будет наблюдаться в узле, для которого компонента минимального левого сингулярного вектора максимальная. Такие узлы определяются как сенсорные. И чем больше данное отличие, тем сильнее реакция напряжения в сети на изменение нагрузки.

Таким образом, применяя сингулярное разложение матрицы Якоби можно определять сенсорный узел, соответствующий максимальному изменению активной или реактивной мощности в зависимости от того, какой области матрицы соответствует этот узел – либо области действительных значений, либо области мнимых.

2. Методика выделения слабых звеньев ЭЭС с использованием союзной матрицы Якоби

В процессе эксплуатации и проектирования ЭЭС осуществляются различные мероприятия по варьированию режимных и структурных параметров электрической сети.

Элементы, в которых изменение параметров наиболее сильно влияет на устойчивость ЭЭС, определяются как слабые звенья.

В свою очередь, выделение слабых звеньев – это обоснованное определение места приложения рациональных с технико-экономической точки зрения мероприятий, позволяющих повысить запас статической устойчивости электроэнергетической системы.

Как следует из рис. 1, собственный вектор R матрицы Якоби, вычисленный в заданной точке (X_P, Y_P) предельной поверхности L_F совпадает с направлением нормали к данной поверхности [8]. Тогда траектория изменения режима в пространстве Y в виде функции $|J| = |J[X(Y)]|$ для данной точки может быть найдена через градиент вектора R . Оптимизационная задача по определению наиболее эффективных режимных мероприятий может быть сформулирована как поиск траектории изменения режима для заданной точки (X_P, Y_P) , приводящей к максимальному увеличению определителя $|J|$.

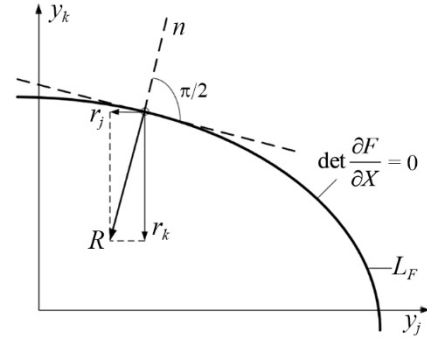


Рис. 1. Геометрическое представление поверхности L_F и вектора R

По максимальным значениям компонент собственного вектора R , полученным в ходе расчета в предельном режиме можно определить слабые по статической устойчивости звенья ЭЭС и найти траекторию изменения параметров режима, которая наиболее эффективно позволит вернуть режим в допустимую область.

Как показано в [9], для оценки эффективности можно задать некую обобщенную величину λ , которая будет характеризовать затраты на изменение структурного параметра P на величину ΔP , в свою очередь, влияющее на изменение $|J|$. И по совокупности выделенных слабых звеньев в сети будет осуществлен выбор мероприятий, которые обеспечивают максимум функции $|J|$ при минимальных затратах λ .

При малом изменении параметра P , не приводящем к существенному отклонению режима, можно записать выражение:

$$|J| + d|J| = \det \frac{\partial F}{\partial X} = \det \left[\frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{X=X_0} + A \right], \quad (8)$$

в котором ненулевые элементы матрицы A относятся к данному параметру.

Для одного элемента матрицы $\partial F/\partial X$:

$$d|J| = (-1)^{i+j} \Delta_{ij} M_{ij}, \quad (9)$$

где Δ_{ij} – приращение элемента $\partial f_i/\partial x_j$ при изменении P .

Выделенный из выражения (9) параметр:

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij} \quad (10)$$

определяет техническую эффективность выбранного мероприятия по повышению статической устойчивости ЭЭС, при изменении структурного параметра на величину приращения. При этом, из двух однотипных мероприятий наиболее эффективным будет то, которому соответствует наибольшее значение минора M_{ij} .

Значения C_{ij} являются элементами матрицы $adj \frac{\partial F}{\partial X}$ союзной к $\frac{\partial F}{\partial X}$.

Для союзной и транспонированной матриц в предельном установившемся режиме можно записать:

$$\frac{\partial F}{\partial X} adj \frac{\partial F}{\partial X} = 0; \quad \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)^T adj \frac{\partial F}{\partial X} = 0. \quad (11)$$

Столбцы матрицы

$$adj \frac{\partial F}{\partial X} = [c_1 S \quad c_2 S \dots c_j S \dots c_n S] \quad (12)$$

рассматриваются как собственные векторы S УПР (2), различающиеся только длиной.

В свою очередь:

$$adj \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)^T = [b_1 R \quad b_2 R \dots b_j R \dots b_n R]. \quad (13)$$

Тогда матрица Якоби может быть найдена путем решения уравнений предельных установившихся режимов в соответствии с выражением:

$$adj \frac{\partial F}{\partial X} = k_s R S^T, \quad (14)$$

где k_s – постоянный множитель.

С целью проверки эффективности предложенной методики выделения слабых звеньев по критерию статической аperiodической устойчивости были проведены расчеты предельных режимов для тестовой 10-узловой схемы ЭЭС, представленной на рис. 2. Траектория утяжеления 1 задавалась путем увеличения активной мощности генерации в узле 5. В ходе расчетов для рассматриваемого варианта схемы была получена союзная матрица Якоби (табл. 1). Структурное представление матрицы $adj(\partial F/\partial X)$ приведено на рис. 3.

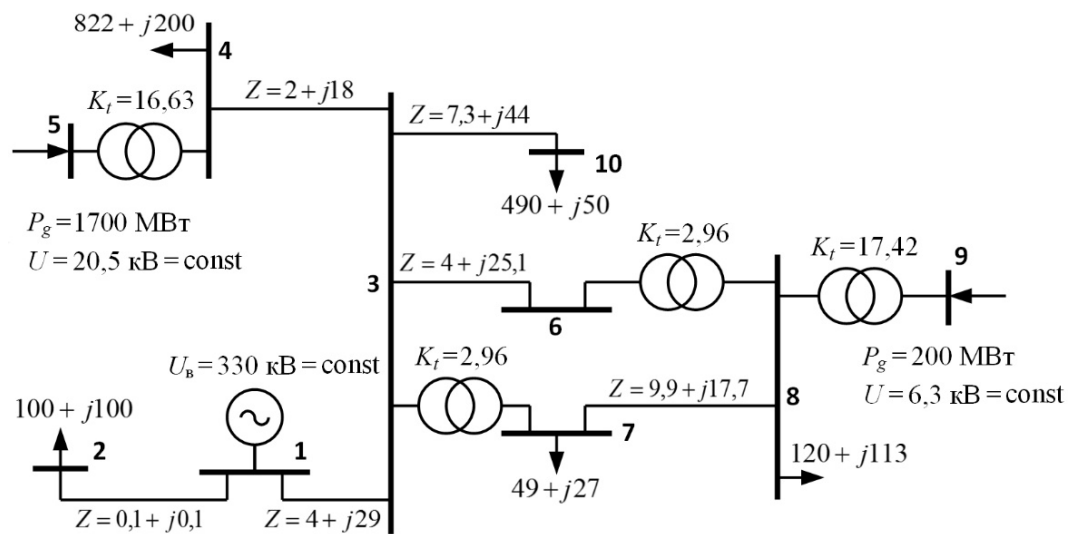


Рис. 2. Тестовая 10-узловая схема ЭЭС

Таблица 1

Союзная матрица Якоби

		Номера узлов							
		2(U)	3(U)	7(U)	8(U)	6(U)	10(U)	4(U)	2-10(δ)
Номера узлов	2(P)	0	0	0	0	0	0	0	0
	3(P)	0	0,0489	0,016	0,011	0,042	0,106	0,021	0
	7(P)	0	0,0406	0,013	0,009	0,034	0,088	0,017	0
	8(P)	0	0,0473	0,015	0,011	0,040	0,102	0,020	0
	6(P)	0	0,0487	0,016	0,011	0,041	0,106	0,021	0
	10(P)	0	0,143	0,046	0,032	0,122	0,311	0,061	0
	4(P)	0	0,133	0,042	0,029	0,113	0,287	0,056	0
	2(Q)	0	0	0	0	0	0	0	0
	3(Q)	0	0,097	0,031	0,022	0,083	0,211	0,041	0
	7(Q)	0	0,092	0,029	0,021	0,078	0,199	0,039	0
	8(Q)	0	0,061	0,019	0,014	0,052	0,132	0,026	0
	6(Q)	0	0,080	0,026	0,018	0,068	0,174	0,034	0
	10(Q)	0	0,221	0,071	0,049	0,188	0,479	0,093	0
	4(Q)	0	0,038	0,012	0,009	0,032	0,082	0,016	0

Полученные в результате вычислений компоненты сингулярного вектора визуализированы на рис. 4. Данные компоненты соответствуют минимальному сингулярному значению σ_{\min} матрицы Якоби УУР.

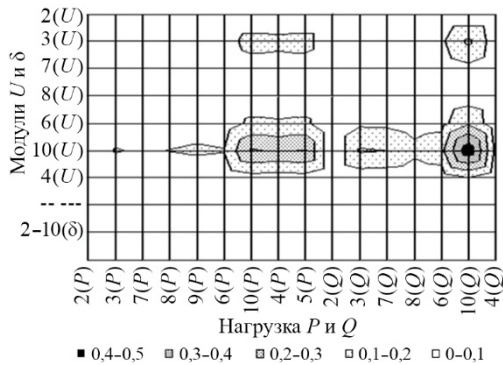


Рис. 3. Структурное представление матрицы Якоби для 10-узловой схемы ЭЭС (траектория утяжеления 1)

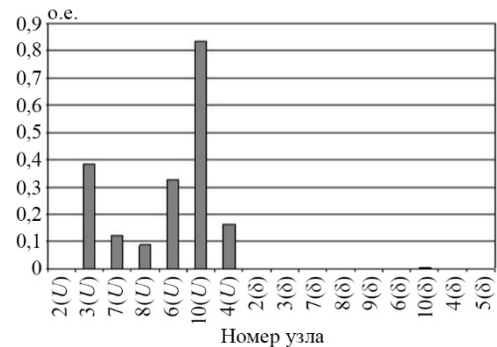


Рис. 4. Компоненты сингулярного вектора для 10-узловой схемы ЭЭС (траектория утяжеления 1)

Как видно из приведенных результатов расчетов, при утяжелении режима путем увеличения генерации в узле 5 слабым элементом сети является узел 10, что подтверждается анализом компонент сингулярного вектора (рис. 4). При данной траектории утяжеления на устойчивость ЭЭС, т. е. на изменение модуля напряжения в узле 10 в наибольшей степени оказывает влияние изменение активной и реактивной мощностей в данном узле и, соответственно, активной мощности в узле 5.

При траектории утяжеления 2, которая задавалась путем увеличения активной мощности генерации в узле 9, слабым элементом сети является узел 6 (рис. 5). В данном случае степень устойчивости ЭЭС в наибольшей степени зависит от активной мощности генерации в узле 9 и реактивной мощности в узле 8.

Анализ компонент сингулярного вектора, соответствующего σ_{\min} (рис. 6), также показывает, что модуль напряжения в узле 6 в наибольшей степени реагирует на случайные изменения нагрузок.

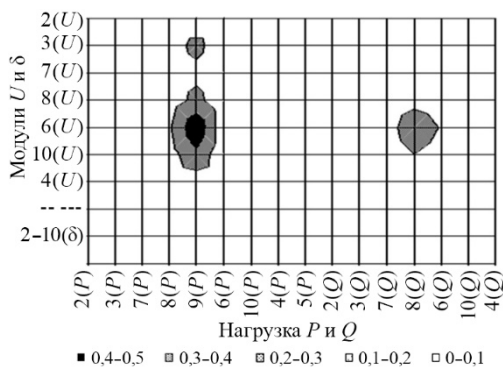


Рис. 5. Структурное представление матрицы Якоби для 10-узловой схемы ЭЭС (траектория утяжеления 2)

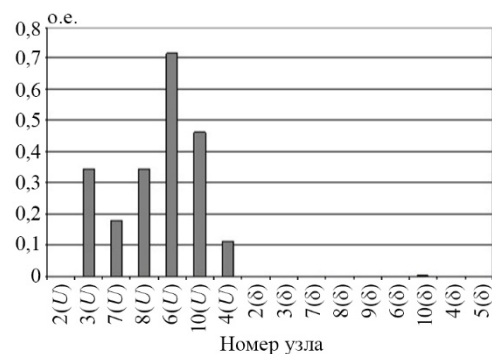


Рис. 6. Компоненты сингулярного вектора для 10-узловой схемы ЭЭС (траектория утяжеления 2)

В результате дальнейших исследований выявлено, что для двух и более траекторий изменения режима определяются разные узлы, в которых вариация мощностей генерации и нагрузок будет приводить к повышению статической устойчивости ЭЭС. Но как показал анализ компонент сингулярного вектора, сенсорные свойства узлов будут отличаться незначительно.

Таким образом, применение разработанной методики для выделения слабых по САУ звеньев ЭЭС дает возможность осуществлять обоснованный выбор структуры, средств противоаварийного управления и мероприятий по повышению устойчивости электроэнергетической системы.

Выводы

Решение задачи повышения статической устойчивости электроэнергетических систем требует создания корректных методов расчета предельных установившихся режимов ЭЭС.

На основе обобщенных уравнений предельных режимов предложены алгоритмы определения сенсорных узлов в ЭЭС, базирующиеся на спектральном анализе матрицы проводимостей и сингулярном разложении матрицы Якоби.

Разработана методика выделения слабых звеньев ЭЭС на основе расчета элементов союзной матрицы Якоби с использованием УПР, позволяющая выполнять оценку влияния регулируемых параметров режима для наиболее эффективного ввода режима в допустимую область.

Показано, что предложенные алгоритмы и методы обнаружения сенсорных узлов и слабых по статической аperiodической устойчивости звеньев ЭЭС реализуют возможность на этапе проектирования определять проблемные участки сети, а в процессе эксплуатации вырабатывать рекомендации по изменению режимных параметров для повышения устойчивости электроэнергетической системы.

Список литературы

1. Жуков А. А., Стратан И. П. Установившиеся режимы сложных электрических систем. Методы расчета / А. А. Жуков, И. П. Стратан. – Москва: Энергоатомиздат, 1979. – 416 с.
2. Improved Jacobi pre-treatment method for solving iterative power flow calculation / C. Tang, S. Dong, X. Ren, L. Yin, L. Ju // Dianli Xitong Zidong-hua Automation Electr. Power Syst. – 2018. – Vol. 42, no. 12. – pp. 81–86. – DOI: <https://doi.org/10.7500/AEPS20170307005>
3. Гамм А. З., Голуб И. И. Сенсоры и слабые места в электроэнергетических системах / А. З. Гамм, И. И. Голуб. – Иркутск, 1996. – 97 с.
4. Алтухова М. К. Повышение эффективности численного решения уравнений предельных установившихся режимов и идентификации чувствительных элементов в электроэнергетической системе / М. К. Алтухова // Известия НТЦ Единой энергетической системы. – 2019. – № 2 (81). – С. 77–83.
5. Крюков А. В. Предельные режимы электроэнергетических систем / А. В. Крюков. – Иркутск, 2012. – 236 с.
6. Сальникова М. К., Герасименко К. В., Макаренко Я. Н. Анализ эффективности методов спектрального и сингулярного разложения в задачах прогнозирования сигналов с переменной структурой / М. К. Сальникова, К. В. Герасименко, Я. Н. Макаренко // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2008. – № 2 (18). – С. 137–139.
7. Efficiency and reliability improvement of solving power systems steady-state stability limit operation equations / M. K. Altukhova, M. A. Lyulina, E. V. Nikolaeva, I. E. Ryndina, V. S. Chudny, E. A. Ivanova // 2022 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). – 2022. – pp. 1150–1155. – DOI: 10.1109/ElConRus54750.2022.9755555
8. Крюков А. В., Сальникова М. К., Степкин А. М. Эффективные алгоритмы решения уравнений предельных режимов энергосистем / А. В. Крюков, М. К. Сальникова, А. М. Степкин // Труды БГУ. Серия: Естественные и инженерные науки. – 2006. – Т. 2. – С. 37–47.
9. Захаров С. В. Выделение слабых звеньев при проектировании противоаварийной автоматики энергосистем / С. В. Захаров, А. В. Крюков, Е. А. Крюков // Автоматизированные системы контроля и управления на транспорте. – 1999. – вып. 5. – С. 72–77.

Алтухова Марина Константиновна, канд. техн. наук, доцент, доцент Высшей школы электроэнергетических систем Института энергетики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (СПбПУ).

E-mail: altuhova-mk@ntcees.ru

Чилибьев Антон Геннадьевич, аспирант Научно-технического центра Единой энергетической системы (АО «НТЦ ЕЭС»).

E-mail: chilibev.anton@gmail.com